



Roll No:

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

BTECH
(SEM I) THEORY EXAMINATION 2024-25
ENGINEERING MATHEMATICS-I

TIME: 3 HRS

M.MARKS: 100

Note: Attempt all Sections. In case of any missing data; choose suitably.

SECTION A

1. Attempt all questions in brief.

2 x 10 = 20

Q no.	Question	CO	Level
a.	If the Matrix $A = \begin{bmatrix} 2 & 3-4i \\ 3+4i & 2 \end{bmatrix}$, then show that the Matrix A is Hermitian. यदि आव्यूह $A = \begin{bmatrix} 2 & 3-4i \\ 3+4i & 2 \end{bmatrix}$ दिया गया है, तो दिखाएँ कि आव्यूह A हर्मिशियन (Hermitian) है।	1	K ₁ & K ₃
b.	Describe Rank- Nullity theorem. रैंक-नल्लिटी प्रमेय (Rank-Nullity Theorem) का वर्णन करें।	1	K ₁ & K ₃
c.	State Lagrange's Mean value theorem. लाग्रेंज का माध्य मान प्रमेय (Lagrange's Mean Value Theorem) का कथन लिखें।	2	K ₂ & K ₃
d.	Find the envelop of the family of straight lines $m^2x - my + a = 0$ where m is a parameter सपाट रेखाओं के परिवार का आवरण (Envelop) खोजें, जहाँ m एक पैरामीटर है।	2	K ₂ & K ₃
e.	What is the degree of homogeneous function $u(x,y) = (\sqrt{x} + \sqrt{y})(x^n + y^n)$. समानुपाती फलन $u(x,y) = (\sqrt{x} + \sqrt{y})(x^n + y^n)$ की घात (Degree) क्या है?	3	K ₃ & K ₅
f.	If $\frac{\partial(x,y,z)}{\partial(u,v,w)} = 5$, then find the value of $\frac{\partial(u,v,w)}{\partial(x,y,z)}$. यदि $\frac{\partial(x,y,z)}{\partial(u,v,w)} = 5$, तो $\frac{\partial(u,v,w)}{\partial(x,y,z)}$ का मान ज्ञात करें।	3	K ₃ & K ₅
g.	Evaluate: $\int_0^1 \int_0^{x^2} xe^y dy dx$ मूल्यांकित करें: $\int_0^1 \int_0^{x^2} xe^y dy dx$	4	K ₂ & K ₃
h.	Change the order of integration in $\int_0^\infty \int_x^\infty f(x,y) dy dx$ समाकलन $\int_0^\infty \int_x^\infty f(x,y) dy dx$ के क्रम को बदलें।	4	K ₂ & K ₃
i.	For the scalar field $u = yz + zx + xy$, find the gradient of u at the point (1,2,3). अदिश क्षेत्र $u = yz + zx + xy$ के लिए, बिंदु (1, 2, 3) पर u का ग्रेडिएंट खोजें।	5	K ₂ & K ₅
j.	State Green's Theorem. ग्रीन प्रमेय (Green's Theorem) का कथन लिखें।	5	K ₂ & K ₅

SECTION B

2. Attempt any three of the following:

10 x 3 = 30

a.	Interpret the values of λ and μ such that the system $x + y + z = 6$, $x + 2y + 5z = 10$, $2x + 3y + \lambda z = \mu$ has I. No solution II. A unique solution III. Infinite number of solutions.	1	K ₁ & K ₃
----	--	---	---------------------------------



Roll No:

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

BTECH
(SEM I) THEORY EXAMINATION 2024-25
ENGINEERING MATHEMATICS-I

TIME: 3 HRS

M.MARKS: 100

	व्याख्या करें कि λ और μ के मान किस प्रकार हैं, ताकि प्रणाली $x + y + z = 6$, $x + 2y + 5z = 10$, $2x + 3y + \lambda z = \mu$ में निम्नलिखित स्थितियाँ हो: I. कोई समाधान न हो II. एक अद्वितीय समाधान हो। III. असीमित संख्या में समाधान हों।		
b.	Verify Rolle's theorem for the function $f(x) = x^2 - 6x + 8$ in the interval $[2,4]$. रोल का प्रमेय (Rolle's Theorem) को फलन $f(x) = x^2 - 6x + 8$ के लिए सत्यापित करें, जो अंतराल $[2,4]$ में परिभाषित है।	2	K ₂ & K ₃
c.	Express the function $f(x,y) = e^x \sin y$ as Taylor's series expansion in powers of x and y . फलन $f(x,y) = e^x \sin y$ को x और y की घात में टेलर श्रृंखला विस्तार के रूप में व्यक्त करें।	3	K ₃ & K ₅
d.	Using double integration find the area of the region bounded by the curves $xy = 2$, $4y = x^2$, $y = 4$. दोहरी समाकलन का उपयोग करके, वक्रों $xy = 2$, $4y = x^2$, $y = 4$ द्वारा घेरित क्षेत्र फल खोजें।	4	K ₂ & K ₃
e.	Find the directional derivative of $\phi = (x^2 + y^2 + z^2)^{-1/2}$ at the point P (3,1,2) in the direction of the vector $yz\hat{i} + zx\hat{j} + xy\hat{k}$. $\phi = (x^2 + y^2 + z^2)^{-1/2}$ के दिशा व्युत्पन्न (Directional Derivative) को बिंदु P (3, 1, 2) पर सदिश $yz\hat{i} + zx\hat{j} + xy\hat{k}$ की दिशा में खोजें।	5	K ₂ & K ₅

SECTION C

3. Attempt any one part of the following: 10 x 1 = 10

a.	Determine Eigen values and corresponding Eigen vectors for the Matrix $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 1 & 5 & 1 \\ 3 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ आव्यूह $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 1 & 5 & 1 \\ 3 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ के लिए गुणांक मान और संबंधित गुणांक सदिश ज्ञात करें।	1	K ₁ & K ₃
b.	Verify Cayley - Hamilton theorem for the Matrix $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 5 \\ 3 & 5 & 6 \end{bmatrix}$ and hence compute A^{-1} . आव्यूह $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 5 \\ 3 & 5 & 6 \end{bmatrix}$ के लिए कैली-हैमिल्टन प्रमेय को सत्यापित करें और A^{-1} ज्ञात करें।	1	K ₁ & K ₃

4. Attempt any one part of the following: 10 x 1 = 10

a.	Use Leibnitz theorem to construct the following equation: $(1 - x^2)y_{n+2} - (2n + 1)xy_{n+1} - (n^2 - m^2)y_n = 0$, if $y = \sin(a \sin^{-1} x)$. Also calculate the value of $(y_n)_0$.	2	K ₂ & K ₃
----	---	---	---------------------------------



Roll No:

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

BTECH
(SEM I) THEORY EXAMINATION 2024-25
ENGINEERING MATHEMATICS-I

TIME: 3 HRS

M.MARKS: 100

	यदि $y = \sin(a \sin^{-1} x)$ है, तो लीबनिट्ज़ प्रमेय का उपयोग करके निम्नलिखित समीकरण बनाएं: $(1 - x^2)y_{n+2} - (2n + 1)xy_{n+1} - (n^2 - m^2)y_n = 0$, साथ ही $(y_n)_0$ का मान ज्ञात करें।		
b.	Construct the curve: $y^2(a + x) = x^2(3a - x)$. निम्नलिखित वक्र बनाएं: $y^2(a + x) = x^2(3a - x)$	2	K ₂ & K ₃
5. Attempt any one part of the following:		10 x 1 = 10	
a.	If $u^3 + v^3 + w^3 = x + y + z, u^2 + v^2 + w^2 = x^3 + y^3 + z^3$ and $u + v + w = x^2 + y^2 + z^2$ then find the value of $\frac{\partial(u,v,w)}{\partial(x,y,z)}$. यदि $u^3 + v^3 + w^3 = x + y + z, u^2 + v^2 + w^2 = x^3 + y^3 + z^3$ और $u + v + w = x^2 + y^2 + z^2$ तो $\frac{\partial(u,v,w)}{\partial(x,y,z)}$ का मान ज्ञात करें।	3	K ₃ & K ₅
b.	A rectangular box open at the top have capacity 32c.c.. Find the dimensions of the box requiring least material for its construction. एक आयताकार बॉक्स, जो ऊपर से खुला है और जिसकी क्षमता 32c. c. है उस बॉक्स के आयामों को ढूँढ़ें ताकि निर्माण के लिए सबसे कम सामग्री की आवश्यकता हो।	3	K ₃ & K ₅
6. Attempt any one part of the following:		10 x 1 = 10	
a.	Using the transformation $u = x + y, v = x - 2y$, find the value of $\iint_R (x + y)^2 dx dy$ where R is the parallelogram in the xy -plane with vertices $(1, 0), (3, 1), (2, 2), (0, 1)$. परिवर्तन $u = x + y, v = x - 2y$ का उपयोग करके $\iint_R (x + y)^2 dx dy$ का मान निकालें जहाँ R, xy -समतल में एक समांतर चतुर्भुज है, जिसके शिखर बिंदु $(1, 0), (3, 1), (2, 2), (0, 1)$ हैं।	4	K ₂ & K ₃
b.	Compute $\iiint_V x^2 dx dy dz$ over volume of tetrahedron bounded by $x=0, y=0, z=0$ and $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$. $x=0, y=0, z=0$ और $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$ द्वारा सीमित टेट्राहेड्रॉन के आयतन में $\iiint_V x^2 dx dy dz$ का मान निकालें।	4	K ₂ & K ₃
7. Attempt any one part of the following:		10 x 1 = 10	
a.	Verify Stoke's theorem for $\vec{F} = y^2\hat{i} + x^2\hat{j} - (x + z)\hat{k}$ and C is the boundary of the triangle with vertices at $(0,0,0), (1,0,0)$ & $(1,1,0)$. $\vec{F} = y^2\hat{i} + x^2\hat{j} - (x + z)\hat{k}$ के लिए स्टोक्स प्रमेय को सत्यापित करें जहाँ C उस त्रिकोण की सीमा है जिसके शिखर बिंदु $(0, 0, 0), (1, 0, 0)$ और $(1, 1, 0)$ हैं।	5	K ₂ & K ₅
b.	Verify divergence theorem for $F = (x^2 - yz)\hat{i} + (y^2 - zx)\hat{j} + (z^2 - xy)\hat{k}$ taken over the rectangular parallelepiped $0 \leq x \leq a, 0 \leq y \leq b, 0 \leq z \leq c$. डाइवर्जेंस प्रमेय को सत्यापित करें जहाँ $\vec{F} = (x^2 - yz)\hat{i} + (y^2 - zx)\hat{j} + (z^2 - xy)\hat{k}$ को आयताकार समांतर चतुर्भुज $0 \leq x \leq a, 0 \leq y \leq b, 0 \leq z \leq c$ पर लिया गया है।	5	K ₂ & K ₅